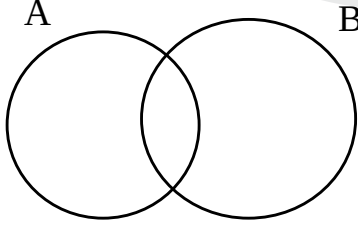


## آزمون ریاضی پایه نهم / فصل‌های ۱ و ۲

| ردیف | سوال                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | بارم |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۱    | <p>درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص نمایید.</p> <p>الف) نمایش اعشاری کسر <math>\frac{7}{16}</math>، غیرمختوم است.</p> <p>ب) اشتراک دو مجموعه‌ی گنگ و گویا، تهی است.</p> <p>ج) <math>A = \{2k + 1 \mid k \in \mathbb{N}\}</math>، همه‌ی اعداد فرد را نشان می‌دهد.</p> <p>د) در پرتاب یک تاس، احتمال آمدن یک عدد با مضرب ۲ برابر است با <math>\frac{1}{3}</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | ۱    |
| ۲    | <p>در جای خالی عدد یا عبارت مناسب قرار دهید.</p> <p>الف) یک مجموعه‌ی ۵ عضوی، ..... زیرمجموعه دارد.</p> <p>ب) اگر <math>a &gt; 0</math> و <math>b &gt; 0</math> باشند، آنگاه <math> a + b  = \dots\dots\dots</math></p> <p>ج) اگر <math>A \subseteq B</math> باشد آنگاه <math>(A \cup B) - (A \cap B)</math> برابرست با ..... .</p> <p>د) برای مجموعه <math>\{\{\} \text{ و } \emptyset \text{ و } \sqrt{1} \text{ و } 1 \text{ و } 0\}</math>، <math>A = \{0\}</math>، <math>n(A)</math> برابرست با ..... .</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | ۱    |
| ۳    | <p>گزینه صحیح را انتخاب نمایید.</p> <p>الف) کدام مورد درست است؟</p> <p>(۱) <math>W - Z = \emptyset</math>      (۲) <math>Q \cup Q' = \emptyset</math></p> <p>(۳) <math>N - W = \{0\}</math>      (۴) <math>Q \subseteq Z</math></p> <p>ب) اگر <math> ab  = ab</math> باشد، آنگاه <math>a</math> و <math>b</math> ..... .</p> <p>(۱) هر دو مثبت‌اند      (۲) هر دو منفی‌اند</p> <p>(۳) هم علامت‌اند      (۴) یکی مثبت و دیگری منفی است</p> <p>ج) اگر <math>M = \{0 \text{ و } 1\}</math> باشد، کدام گزینه درباره این مجموعه درست است؟</p> <p>(۱) <math>\{0\} \in M</math>      (۲) <math>\{0 \text{ و } 1\} \subseteq M</math>      (۳) <math>\emptyset \in M</math>      (۴) <math>1 \subseteq M</math></p> <p>د) کدام گزینه، یک مجموعه را مشخص نمی‌کند؟</p> <p>(۱) ماه‌های فصل پاییز      (۲) سه عدد مثبت با شروع از ۲</p> <p>(۳) شمارنده‌های اول عدد ۵      (۴) چهار عدد فرد متوالی با شروع از ۱</p> | ۱    |

|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |     |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
|    | پاسخ کوتاه دهید.                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |     |
| ۴  | الف) $1 - \sqrt{5}$ بین کدام دو عدد صحیح قرار دارد؟<br>ب) عبارت $\sqrt{(2\sqrt{3} - 4)^2}$ را بدون استفاده از قدرمطلق بنویسید.<br>ج) اگر خانواده‌ای دارای سه فرزند باشد، با کدام احتمال دقیقاً دارای دو پسر است؟<br>د) کوچکترین عضو مجموعه $\{x^2 - 1 \mid x \in \mathbb{Z} \text{ و } -2 \leq x \leq 2\}$ کدام است؟ | ۱   |
| ۵  | با یک مثال نشان دهید:<br>الف) جمع دو عدد گنگ، لزوماً گنگ نیست.<br>ب) ضرب دو عدد گنگ، لزوماً گنگ نیست.                                                                                                                                                                                                                | ۱   |
| ۶  | به سوالات زیر پاسخ دهید.<br>الف) بین دو کسر $\frac{2}{5}$ و $\frac{3}{7}$ ، سه کسر بنویسید.<br>ب) بین دو عدد $\sqrt{2}$ و ۳، سه عدد گنگ بنویسید.                                                                                                                                                                     | ۲   |
| ۷  | مجموعه‌های زیر را با اعضایشان نوشته و به سوالات هر بخش پاسخ دهید.<br>الف) $A - B$<br>ب) $B - A$<br>ج) $(A - B) \cup (A \cap B)$<br>$A = \{2x - 1 \mid x \in \mathbb{N} \text{ و } x \leq 2\}$<br>$B = \{x \mid x \in \mathbb{W} \text{ و } x^3 = x\}$                                                                | ۱/۵ |
| ۸  | مجموعه‌های زیر برابرند؛ $a$ و $b$ را تعیین کنید.<br>$D = \{5b, \sqrt{\frac{1}{4}}, 2^2, -2/4\}$<br>$C = \{-\frac{12}{5}, 0/5, a - b, \sqrt{25}\}$                                                                                                                                                                    | ۱   |
| ۹  | اعداد داده شده را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.<br>$\frac{8}{11}$ و $1/25$ و $1/3$ و $7/12$ و $1/5$ و $6/7$                                                                                                                                                                                                             | ۱/۵ |
| ۱۰ | حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید.<br>الف) $-\frac{4}{7} + \frac{8}{5} \div (6 \times \frac{-4}{3}) =$<br>ب) $\frac{-1 - \frac{2}{-1 + \frac{1}{5}}}{3} =$                                                                                                                                                            | ۲   |

|                       |                                                                                                                                                                                                                                                          |       |       |       |      |       |     |       |                       |  |  |  |  |  |  |    |
|-----------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|-------|-------|------|-------|-----|-------|-----------------------|--|--|--|--|--|--|----|
| ۱                     | مجموعه‌های زیر را روی محور نشان دهید.<br>الف) $\{x \in \mathbb{Z} \mid x > -2\}$<br>ب) $\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{-1}{3} \leq x < 3\}$                                                                                                               | ۱۱    |       |       |      |       |     |       |                       |  |  |  |  |  |  |    |
| ۱/۵                   | جدول داده شده را کامل کنید. <table><tr><td>عدد</td><td>طبیعی</td><td>حسابی</td><td>صحیح</td><td>گویا</td><td>گنگ</td><td>حقیقی</td></tr><tr><td><math>\frac{3}{-\sqrt{9}}</math></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> | عدد   | طبیعی | حسابی | صحیح | گویا  | گنگ | حقیقی | $\frac{3}{-\sqrt{9}}$ |  |  |  |  |  |  | ۱۲ |
| عدد                   | طبیعی                                                                                                                                                                                                                                                    | حسابی | صحیح  | گویا  | گنگ  | حقیقی |     |       |                       |  |  |  |  |  |  |    |
| $\frac{3}{-\sqrt{9}}$ |                                                                                                                                                                                                                                                          |       |       |       |      |       |     |       |                       |  |  |  |  |  |  |    |
| ۲                     | حاصل عبارات زیر را بدست آورید.<br>الف) $ -2 + \sqrt{5}  +  -\sqrt{5} - 1  =$<br>ب) $ 3 - \sqrt{10}  -  2\sqrt{10} - 4  =$                                                                                                                                | ۱۳    |       |       |      |       |     |       |                       |  |  |  |  |  |  |    |
| ۱                     | اگر $a = -2$ و $b = \frac{1}{5}$ و $c = 0/2$ باشد، حاصل عبارت زیر را بدست آورید.<br>$ a + b  + 2 c - b  =$                                                                                                                                               | ۱۴    |       |       |      |       |     |       |                       |  |  |  |  |  |  |    |
| ۱                     | عدد $\sqrt{5}$ را روی محور نشان دهید.                                                                                                                                                                                                                    | ۱۵    |       |       |      |       |     |       |                       |  |  |  |  |  |  |    |
| ۰/۵                   | عبارت $(A - B) \cup (B - A)$ را در نمودار ون زیر نمایش دهید. <div><div>A</div><div>B</div></div>                                                                      | ۱۶    |       |       |      |       |     |       |                       |  |  |  |  |  |  |    |

# پاسخ

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |          |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| <p>ادامه د) حال برای بدست آوردن احتمال، باید تعداد حالت‌های مطلوب را به کل حالت‌ها تقسیم کنیم:</p> $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{3 \div 3}{6 \div 3} = \frac{1}{2}$ <p>(کتاب درسی، صفحه ۱۵، یادآوری، مثال ب)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | <p>۱</p> | <p>الف) نادرست</p> <p>راه حل اول: حاصل تقسیم ۷ بر ۱۶ برابر است با <math>\frac{7}{16} = 0.4375</math> یعنی ۰/۴۳۷۵</p> <p>راه حل دوم: <math>2 \times 2 \times 2 = 8</math> بنابراین مخرج این کسر، شمارنده اول دیگری به جز ۲ ندارد؛ پس <math>\frac{7}{16}</math> عددی مختوم است.</p> <p>(کتاب درسی، توضیح کار در کلاس صفحه ۲۲)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |          |
| <p>الف) ۳۲ زیرمجموعه</p> <p>یک مجموعه‌ی <math>n</math> عضوی، دارای <math>2^n</math> زیرمجموعه است. بنابراین مجموعه‌ی ۵ عضوی، <math>(2^5 = 32)</math> زیرمجموعه دارد.</p> <p>ب) <math>a + b</math></p> <p><math>a</math> و <math>b</math> هر دو مثبت‌اند. جمع دو عدد مثبت نیز مثبت است و قدرمطلق یک عدد مثبت، همان عدد می‌شود:</p> $ a + b  = a + b$ <p>(کتاب درسی، کار در کلاس صفحه ۲۹، سوال ۳)</p> <p>ج) <math>B - A</math></p> <p>اگر <math>A \subseteq B</math> باشد آنگاه <math>A \cup B = B</math> و <math>A \cap B = A</math> خواهد بود.</p> <p>د) ۳</p> <p><math>\emptyset = \{\}</math> و <math>\sqrt{1} = 1</math> است. پس این مجموعه دارای ۳ عضو متمایز ۰، ۱ و تهی (<math>\emptyset</math>) است.</p> <p>(کتاب درسی، کادر زرد (نگ صفحه‌های ۲، ۴ و ۱۳))</p> | <p>۲</p> | <p>ب) درست؛ <math>Q \cap Q' = \emptyset</math></p> <p>(کتاب درسی، کار در کلاس صفحه ۲۴)</p> <p>ج) نادرست</p> <p>از آنجایی که در سوال، <math>k</math> عضو مجموعه‌ی اعداد طبیعی است پس می‌توان به جای آن، اعداد ۱، ۲، ۳ و ... را در <math>2k + 1</math> جایگذاری نمود:</p> $2(1) + 1 = 2 \times 1 + 1 = 2 + 1 = 3$ $2(2) + 1 = 2 \times 2 + 1 = 5$ $2(3) + 1 = 2 \times 3 + 1 = 7$ <p>حاصل، از عدد ۳ به بعد است: ۳، ۵، ۷ و ... در صورتیکه اعداد فرد از ۱ شروع می‌شوند.</p> <p><math>\{2k - 1 \mid k \in \mathbb{N}\}</math> یا <math>\{2k + 1 \mid k \in \mathbb{W}\}</math> می‌توانند تعاریف درست این سوال باشند.</p> <p>(کتاب درسی، صفحه ۹، مثال الف)</p> | <p>۱</p> |
| <p>الف) گزینه ۱؛ چون <math>W \subseteq Z</math> به عبارت دیگر مجموعه اعداد حسابی، زیرمجموعه‌ی مجموعه اعداد صحیح است.</p> <p>بررسی سایر گزینه‌ها:</p> <p>گزینه ۲: <math>Q \cup Q' = \mathbb{R}</math>؛ اجتماع دو مجموعه‌ی گویا و گنگ، مجموعه‌ی اعداد حقیقی است.</p> <p>گزینه ۳: <math>W - N = \{0\}</math> (ادامه در صفحه بعد)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | <p>۳</p> | <p>د) درست</p> <p>تاس، ۶ حالت دارد: <math>S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}</math></p> <p>که تعداد حالت‌های مطلوب (مضارب عدد ۲) ۳ تاست؛ زیرا: <math>A = \{2, 4, 6\}</math></p> <p>(ادامه در ستون مقابل)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |          |

|                                                                                                                                                                            |   |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| ادامه الف)                                                                                                                                                                 |   |
| اعداد حسابی از صفر و اعداد طبیعی از ۱ شروع می‌شوند پس $N \subseteq W$ بوده و $N - W = \emptyset$                                                                           |   |
| گزینه ۴: $Z \subseteq Q$                                                                                                                                                   |   |
| مجموعه اعداد صحیح، زیرمجموعه‌ی مجموعه اعداد گویاست.                                                                                                                        |   |
| (کتاب درسی، تمرین صفحه ۱۰، سوال ۴؛ کار در کلاس صفحه ۱۳، سوال ۳؛ توضیحات ابتدای صفحه ۲۴؛ کار در کلاس صفحه ۲۴؛ کادر زرد رنگ صفحه ۲۵؛ ابتدای صفحه ۲۶ و تمرین صفحه ۲۷، سوال ۳) |   |
| ب) گزینه ۳                                                                                                                                                                 |   |
| $ X $ زمانی برابر با $X$ است که مقدار $X$ (اندازه داخل قدرمطلق)، نامنفی (صفر یا مثبت) باشد.                                                                                |   |
| $ab$ یعنی $a \times b$ ؛ می‌دانیم حاصلضرب دو عدد، وقتی مثبت است که هر دو عدد، مثبت یا هر دو منفی باشند یعنی هم علامت باشند.                                                | ۳ |
| ج) گزینه ۲                                                                                                                                                                 |   |
| برای اعضای یک مجموعه از علامت عضویت ( $\in$ ) یا عدم عضویت ( $\notin$ ) و برای مجموعه‌ها از علامت زیرمجموعه ( $\subseteq$ یا $\subset$ ) استفاده می‌شود.                   |   |
| بررسی سایر گزینه‌ها:                                                                                                                                                       |   |
| گزینه ۱: $\{0\} \subseteq M$ یا $0 \in M$                                                                                                                                  |   |
| گزینه ۳: $\emptyset \subseteq M$                                                                                                                                           |   |
| گزینه ۴: $1 \in M$ یا $\{1\} \subseteq M$                                                                                                                                  |   |
| <b>نکته:</b> هر مجموعه‌ای زیرمجموعه‌ی خودش است.                                                                                                                            |   |
| (کتاب درسی، کار در کلاس صفحه ۸، مشابه سوال ۲)                                                                                                                              |   |
| د) گزینه ۲                                                                                                                                                                 |   |
| با توجه به تعریف مجموعه، هر گزینه‌ای که بتوان برای آن چند جواب متفاوت نوشت، نشان‌دهنده‌ی یک مجموعه نیست.                                                                   |   |
| (ادامه در ستون مقابل)                                                                                                                                                      |   |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |          |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| <p>ادامه د)</p> <p>بررسی گزینه‌ها:</p> <p>گزینه ۱: مهر، آبان و آذر</p> <p>گزینه ۲: ۳، ۲ و ۴ یا ۳، ۲ و ۵ یا ۴، ۲ و ۵ یا ...</p> <p>گزینه ۳: فقط ۵</p> <p>گزینه ۴: {۱ و ۳ و ۵ و ۷}</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | <p>۳</p> |
| <p>الف) بین ۱- و ۲-</p> <p><math>\sqrt{4} &lt; \sqrt{5} &lt; \sqrt{9}</math> یا <math>2 &lt; \sqrt{5} &lt; 3</math> پس <math>\sqrt{5}</math> بین ۲ و ۳ قرار دارد و می‌توان برای آن یک مقدار تقریبی مثل <math>2/1</math> یا <math>2/2</math> در نظر گرفت. در ادامه‌ی سوال، <math>\sqrt{5}</math> داریم پس این مقدار بطور تقریبی می‌تواند <math>2/1</math> یا <math>2/2</math> باشد یعنی بین ۲- و ۳-.</p> <p>در انتها نیز ۱ به <math>\sqrt{5}</math> اضافه می‌شود:</p> <p><math>1 + (-2/1) = -1/1</math> یا <math>1 + (-2/2) = -1/2</math></p> <p>بنابراین این عدد بین ۱- و ۲- قرار دارد.</p> <p>به این صورت نیز می‌توان نوشت:</p> <p>همه در <math>(-1)</math> ضرب <math>2 &lt; \sqrt{5} &lt; 3 \xrightarrow{\text{همه در } (-1) \text{ ضرب}} -3 &lt; -\sqrt{5} &lt; -2</math></p> <p>همه با ۱ جمع <math>\xrightarrow{\text{همه با ۱ جمع}} 1 + (-3) &lt; 1 + (-\sqrt{5}) &lt; 1 + (-2)</math></p> <p><math>1 - 3 &lt; 1 - \sqrt{5} &lt; 1 - 2 \rightarrow -2 &lt; 1 - \sqrt{5} &lt; -1</math></p> <p>(کتاب درسی، تمرین صفحه ۲۷، مشابه سوال ۱۴)</p> | <p>۴</p> |
| <p>ب) <math>4 - 2\sqrt{3}</math></p> <p><math>\sqrt{(2\sqrt{3} - 4)^2} =  2\sqrt{3} - 4 </math></p> <p>باید مثبت یا منفی بودن عبارت داخل قدرمطلق را معین کنیم. <math>\sqrt{3}</math> تقریباً برابر با <math>1/7</math> است.</p> <p><math>2\sqrt{3}</math> یعنی <math>2 \times \sqrt{3}</math> پس مقدار تقریبی <math>2\sqrt{3}</math> برابر است با: <math>2 \times 1/7 = 3/4</math>؛ بنابراین <math>4 - 3/4</math> مقداری منفی است و باید به همراه علامت منفی از قدرمطلق خارج شود. (ادامه در صفحه بعد)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |          |

ادامه ب)

$$|2\sqrt{3} - 4| = -(2\sqrt{3} - 4) = -2\sqrt{3} - (-4) = -2\sqrt{3} + 4 = 4 - 2\sqrt{3}$$

البته به شکل زیر نیز می‌توان عبارت داخل قدرمطلق را تعیین علامت نمود:

$$2\sqrt{3} = 2 \times \sqrt{3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = \sqrt{12}$$

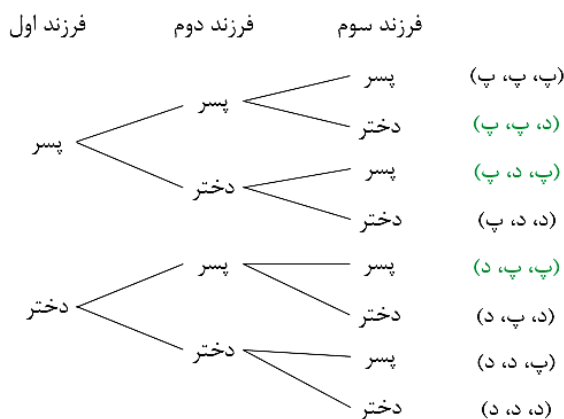
و  $4 = \sqrt{16}$ ؛ پس:  $2\sqrt{3} - 4 = \sqrt{12} - \sqrt{16}$

در عبارات فوق، به جای ۲،  $\sqrt{4}$  و به جای ۴،  $\sqrt{16}$  نوشته شده است. مشخص است که حاصل  $\sqrt{12} - \sqrt{16}$  منفی می‌باشد.

(کتاب درسی، مشابه مثال انتهای صفحه ۳۰، و تمرین صفحه ۳۱، سوال ۶)

ج)  $\frac{3}{8}$

خانواده ۳ نفره را مانند یک مجموعه با ۳ عضو در نظر می‌گیریم که دارای  $(2^3 = 8)$  زیرمجموعه است. بصورت زیر نیز می‌توان کل حالت‌ها را بدست آورد: (د = دختر، پ = پسر)



همانگونه که مشخص است در ۳ حالت از ۸ حالت دقیقاً ۲ پسر وجود دارد. برای بدست آوردن احتمال نیز باید تعداد حالت‌های مطلوب (۳ حالت) را بر کل حالت‌ها (۸ حالت) تقسیم نماییم.

(کتاب درسی، تمرین صفحه ۱۷، مشابه سوال ۲)

د) ۱-

باید مقدار عبارت  $X^2 - 1$  را به ازای Xهای صحیح بین ۲ و ۲- و شامل آنها بدست آوریم:

$$X = -2 : X^2 - 1 = (-2)^2 - 1 = 4 - 1 = 3$$

$$X = -1 : X^2 - 1 = (-1)^2 - 1 = 1 - 1 = 0$$

$$X = 0 : X^2 - 1 = (0)^2 - 1 = 0 - 1 = -1$$

$$X = 1 : X^2 - 1 = (1)^2 - 1 = 1 - 1 = 0$$

$$X = 2 : X^2 - 1 = (2)^2 - 1 = 4 - 1 = 3$$

واضح است که به ازای  $X = 0$ ، کمترین مقدار یعنی ۱- بدست می‌آید.

الف) اعداد  $\sqrt{2}$  و  $\sqrt{2} - \sqrt{2}$  گنگ هستند و از آنجایی که قرینه‌ی یکدیگرند جمعشان صفر بوده و می‌دانیم که صفر عدد صحیحی است.

ب) حاصلضرب دو عدد گنگ  $\sqrt{3}$  و  $\sqrt{12}$  برابر است با:

$$\sqrt{12} \times \sqrt{3} = \sqrt{36} = 6$$

که ۶ عددی غیر گنگ، صحیح، حسابی و طبیعی است.

الف) ابتدا دو کسر را هم‌مخرج می‌نماییم:

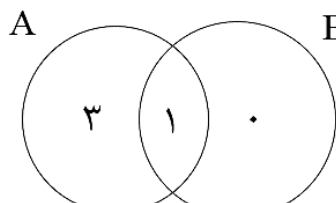
$$\frac{2 \times 7}{5 \times 7} = \frac{14}{35} \quad \text{و} \quad \frac{3 \times 5}{7 \times 5} = \frac{15}{35}$$

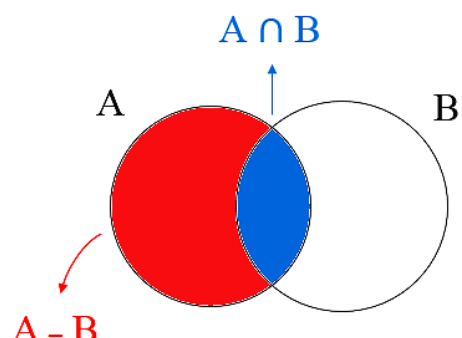
چون  $\frac{14}{35}$  و  $\frac{15}{35}$  متوالی (پشت سرهم) هستند و فاصله‌ای بین آنها وجود ندارد می‌توان صورت و مخرج را در یک عدد دلخواه مثل ۱۰ ضرب نمود:

$$\frac{14 \times 10}{35 \times 10} = \frac{140}{350} \quad \text{و} \quad \frac{15 \times 10}{35 \times 10} = \frac{150}{350}$$

بین  $\frac{140}{350}$  و  $\frac{150}{350}$  می‌توان کسرهای زیر را نوشت:

$$\frac{141}{350}, \frac{142}{350}, \frac{143}{350}, \dots, \frac{148}{350}, \frac{149}{350}$$

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>ادامه الف)</p> <p>(کتاب درسی، کار در کلاس صفحه ۲۰، مشابه سوال ۱ و تمرین صفحه ۲۲، مشابه سوال ۳ قسمت الف)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | <p>۶</p> <p>ب) ۳ همان <math>\sqrt{9}</math> است. بین <math>\sqrt{2}</math> و <math>\sqrt{9}</math> می توان اعداد گنگ <math>\sqrt{3}</math>، <math>\sqrt{5}</math>، <math>\sqrt{6}</math>، <math>\sqrt{7}</math>، <math>\sqrt{8}</math> و حتی <math>\sqrt{8/5}</math> را نوشت.</p> <p>(کتاب درسی، کار در کلاس صفحه ۲۵، مشابه سوال ۱)</p>                                                                                                                         |
| <p>۷</p> <p>برای نوشتن اعضای مجموعه A باید توجه داشت که Xها باید طبیعی (... و ۲ و ۱) بوده و کوچکتر یا مساوی ۲ باشد یعنی ۱ و ۲:</p> <p><math>X = 1 : 2X - 1 = 2 \times 1 - 1 = 2 - 1 = 1</math></p> <p><math>X = 2 : 2X - 1 = 2 \times 2 - 1 = 4 - 1 = 3</math></p> <p>بنابراین: <math>A = \{1, 3\}</math></p> <p>Xهای مجموعه B باید حسابی (... و ۲ و ۱ و ۰) بوده بطوریکه توان سوم آنها با خودشان برابر باشد.</p> <p><math>X = 0 : X^3 = 0^3 = 0 \times 0 \times 0 = 0</math></p> <p><math>X = 1 : X^3 = 1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1</math></p> | <p>۷</p> <p>در نتیجه: <math>B = \{0, 1\}</math></p> <p>می توان با استفاده از نمایش ون بصورت زیر به سوالات «الف» تا «ج» پاسخ داد:</p> <p>الف) <math>A - B = \{3\}</math></p> <p><math>A - B</math>، یعنی اعضای که فقط در مجموعه A و <math>B - A</math> یعنی اعضای که فقط در مجموعه B وجود دارند.</p> <p>ب) <math>B - A = \{0\}</math></p> <p>ادامه در</p> <p>ستون مقابل</p>  |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>ج)</p> <p><math>A - B</math> که برابر است با <math>\{3\}</math>؛ <math>A \cap B</math> یعنی اشتراک دو مجموعه A و B و نشان دهنده ی اعضای است که در هر دو مجموعه وجود دارد:</p> <p><math>A \cap B = \{1\}</math></p> <p>اکنون اجتماع <math>A - B</math> و <math>A \cap B</math> را بدست می آوریم:</p> <p><math>(A - B) \cup (A \cap B) = \{3\} \cup \{1\}</math><br/> <math>= \{1, 3\}</math></p> <p>که در حقیقت برابر است با مجموعه A</p> <p>این موضوع را بصورت زیر نیز می توان نشان داد:</p>  | <p>۸</p> <p>بهتر است اعضای دو مجموعه را تا حد امکان ساده نماییم:</p> <p><math>-2/4 = -1/2</math> قرینه حاصل تقسیم ۱۲ بر ۵<br/> <math>0/5 = 0</math><br/> <math>5/10 = 1/2</math><br/> <math>\sqrt{25} = 5</math> و <math>\sqrt{1/4} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}</math><br/> <math>2^2 = 2 \times 2 = 4</math></p> <p>اکنون دو مجموعه را بصورت زیر خلاصه می نماییم:</p> <p><math>C = \{-2/4, \frac{1}{2}, a - b, 5\}</math></p> <p><math>D = \{5b, \frac{1}{2}, 4, -2/4\}</math></p> <p>دو مجموعه زمانی برابرند که اعضایشان با یکدیگر برابر باشد. (ادامه در صفحه بعد)</p> |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

$\frac{1}{3}$  و  $\frac{2}{4}$  - که در هر دو مجموعه وجود دارد. پس باید برابری اعضای باقیمانده یعنی  $5$  و  $a - b$  (در مجموعه C) و  $4$  و  $5b$  (در مجموعه D) را بررسی نماییم:

واضح است که عدد  $5$  (از مجموعه C) را با  $4$  (از مجموعه D) نمی‌توانیم با هم برابر بگیریم پس مجبوریم بنویسیم:

$$5 = 5b \rightarrow b = \frac{5}{5} = 1$$

$$a - b = 4 \xrightarrow{b=1} a - 1 = 4 \text{ (حل معادله)}$$

(۱- را به سمت راست تساوی انتقال می‌دهیم که سبب می‌شود تغییر علامت دهد.)

$$a = 4 + 1 = 5$$

بنابراین:  $a = 5$  و  $b = 1$

(کتاب درسی، مشابه کار در کلاس صفحه ۶)

اعداد  $\frac{1}{3}$  و  $\frac{6}{7}$  - به دلیل منفی بودن، کوچکتر از سایرین هستند. برای مقایسه این دو عدد باید بصورت زیر از مخرج مشترک گرفتن استفاده کنیم:

$$-\frac{1 \times 7}{3 \times 7} \bigcirc -\frac{6 \times 3}{7 \times 3} \rightarrow -\frac{7}{21} \bigcirc -\frac{18}{21}$$

اکنون صورت‌ها را مقایسه می‌نماییم. چون  $-7$  از  $-18$  بزرگتر است پس کسر  $-\frac{7}{21}$  از  $-\frac{18}{21}$  بزرگتر است.

$\frac{7}{12}$  و  $\frac{8}{11}$  هر دو کمتر از واحد (بین صفر و یک) هستند. مشابه فوق عمل می‌کنیم:

$$\frac{7 \times 11}{12 \times 11} \bigcirc \frac{8 \times 12}{11 \times 12} \rightarrow \frac{77}{132} \bigcirc \frac{96}{132}$$

$\frac{1}{5}$  را می‌توان به اینصورت نوشت:

$$\frac{1}{5} = 1 + \frac{2}{5} = 1 + \frac{2 \times 2}{5 \times 2} = 1 + \frac{4}{10}$$

$$= 1 + 0/4 = 1/4$$

(ادامه در ستون مقابل)

حال بین دو عدد  $1/25$  و  $1/4$  مشخص است که  $1/4$  یا  $1/40$  بزرگتر از  $1/25$  است. در نهایت:

$$-\frac{6}{7} < -\frac{1}{3} < \frac{7}{12} < \frac{8}{11} < 1/25 < \frac{2}{5}$$

(کتاب درسی، مشابه فعالیت صفحه ۲۰ و تمرین

صفحه ۲۲، سوال ۲)

الف) ابتدا عبارت داخل پرانتز را ساده می‌نماییم:

$$6 \times \frac{-4}{3} = \frac{6}{1} \times \frac{-4}{3} = \frac{-24}{3} = -8$$

**نکته:** در عبارت‌های صحیح، بین ضرب و تقسیم و جمع و تفریق، اولویت حل با ضرب و تقسیم است.

$$-\frac{4}{7} + \frac{8}{5} \div (-8) = -\frac{4}{7} + \frac{8}{5} \div \frac{(-8)}{1}$$

یادآوری: در تقسیم کسرها، کسر اول نوشته شده، بجای علامت تقسیم، ضرب می‌گذاریم و کسر دوم را برعکس می‌نماییم.

$$-\frac{4}{7} + \frac{8}{5} \div \frac{(-8)}{1} = -\frac{4}{7} + \frac{8}{5} \times \frac{1}{(-8)}$$

$$= -\frac{4}{7} + \frac{1}{5} \times \frac{1}{(-1)} = -\frac{4}{7} \times \frac{1 \times 1}{5 \times (-1)}$$

$$= -\frac{4}{7} \times \frac{1}{-5} = -\frac{4 \times 1}{7 \times (-5)} = \frac{4}{35} = +\frac{4}{35}$$

ب) ابتدا  $1 + \frac{1}{5}$  را ساده می‌کنیم. برای اینکه راحت‌تر بتوانیم مخرج مشترک بگیریم، بجای  $-1$ ،  $-\frac{5}{5}$  می‌نویسیم یعنی کسری با مخرج یکسان کسر دیگر:

$$-1 + \frac{1}{5} = -\frac{5}{5} + \frac{1}{5} = \frac{-5+1}{5} = \frac{-4}{5} = -\frac{4}{5}$$

$$\frac{-1 - \frac{2}{5}}{-1 + \frac{1}{5}} = \frac{-1 - \frac{2}{5}}{-\frac{4}{5}} \quad \text{تا اینجا داریم:}$$

۹

۱۰

۸

۹



می‌دانیم که عدد ۱-، صحیح، گویا و حقیقی است:

| حقیقی | گنگ | گویا | صحیح | حسابی | طبیعی | عدد                   |
|-------|-----|------|------|-------|-------|-----------------------|
| ✓     |     | ✓    | ✓    |       |       | $\frac{3}{-\sqrt{9}}$ |

**نکته:** از آنجایی که اعداد طبیعی، حسابی یا صحیح مانند ۱۰ یا ۱۰- را می‌توان بصورت  $\frac{10}{1}$  یا  $\frac{10}{1}$  - نوشت پس این اعداد، گویا نیز هستند.

(کتاب درسی، تمرین صفحه ۲۷، مشابه سوال ۱)

اگر عبارت داخل قدرمطلق، نامنفی (صفر یا مثبت) باشد، به همان صورت از قدرمطلق خارج می‌شود در غیر اینصورت باید بصورت قرینه (ضرب در علامت منفی) خارج شود:

الف)  $|-2 + \sqrt{5}| + |-\sqrt{5} - 1| =$   
عبارت  $-\sqrt{5} - 1$  که بطور واضح منفی بوده و بصورت  $(-\sqrt{5} - 1)$  از قدرمطلق خارج می‌شود. برای تشخیص مثبت یا منفی بودن  $-2 + \sqrt{5}$  می‌توانیم به اینصورت بنویسیم:

$$-2 + \sqrt{5} = -\sqrt{4} + \sqrt{5} = \sqrt{5} - \sqrt{4} > 0$$

در نتیجه، این عبارت مثبت است:

$$\begin{aligned} & |-2 + \sqrt{5}| + |-\sqrt{5} - 1| = \\ & -2 + \sqrt{5} + (-\sqrt{5} - 1) = \\ & -2 + \sqrt{5} - \sqrt{5} - 1 = \\ & -2 + \sqrt{5} + \sqrt{5} + 1 = -1 + 2\sqrt{5} \\ & = 2\sqrt{5} - 1 \end{aligned}$$

ب) به جای ۳ و ۴، به ترتیب  $\sqrt{9}$  و  $\sqrt{16}$  می‌نویسیم. به جای  $2\sqrt{10}$  هم بصورت زیر عمل می‌کنیم:

$$2\sqrt{10} = 2 \times \sqrt{10} = \sqrt{4} \times \sqrt{10} = \sqrt{40}$$

۱۲

۱۳

ادامه ب) اکنون کسر  $\frac{2}{-\frac{4}{5}}$  را ساده می‌نماییم:

$$\begin{aligned} 2 \div \left(-\frac{4}{5}\right) &= \frac{2}{1} \div \left(-\frac{4}{5}\right) = \frac{2}{1} \times \left(-\frac{5}{4}\right) = -\frac{10}{4} \\ &= -\frac{10 \div 2}{4 \div 2} = -\frac{5}{2} \end{aligned}$$

از قاعده‌ی دور در دور و نزدیک در نزدیک نیز استفاده می‌ایم:

$$\begin{aligned} \frac{2}{-\frac{4}{5}} &= \frac{2 \times 5}{-\frac{4}{5} \times 5} = \frac{2 \times 5}{-1 \times 4} = \frac{10}{-4} = -\frac{10}{4} = -\frac{5}{2} \end{aligned}$$

در ادامه داریم:

$$\begin{aligned} \frac{-1 + \frac{5}{3}}{3} &= \frac{-1 + \frac{5}{3}}{3} = \frac{-\frac{3}{3} + \frac{5}{3}}{3} = \frac{\frac{-3+5}{3}}{3} \\ &= \frac{\frac{2}{3}}{3} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{2}{9} = \frac{2 \div 2}{9 \div 2} = \frac{1}{9} \end{aligned}$$

(کتاب درسی، تمرین صفحه ۲۲، مشابه سوال ۱)

۱۰

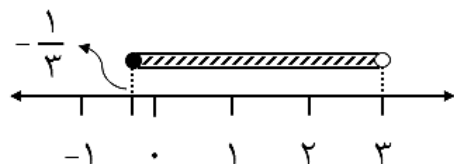
الف)

Xهایی که عضو مجموعه اعداد صحیح بوده و بزرگتر از ۲- باشند یعنی ۱-، ۰، ۱، ۲ و ...



ب)

Xهایی که عضو مجموعه اعداد حقیقی بوده و بزرگتر یا مساوی  $-\frac{1}{3}$  و کوچکتر از ۳ باشند.



(کتاب درسی، مشابه فعالیت صفحه ۱۹)

۱۱

ابتدا  $\frac{3}{-\sqrt{9}}$  را ساده می‌نماییم:

$$\frac{3}{-\sqrt{9}} = \frac{3}{-3} = -1$$

(ادامه در ستون مقابل)

۱۲

روی محور اعداد، مثلث قائم‌الزاویه‌ای با ضلع‌های  $(AB)$  ۱ و  $(OB)$  ۲ تشکیل داده و برای آن رابطه فیثاغورس می‌نویسیم:

$$OB^2 + AB^2 = OA^2 \rightarrow 2^2 + 1^2 = OA^2$$

$$4 + 1 = OA^2 \rightarrow 5 = OA^2 \rightarrow \sqrt{5} = OA$$

سپس برای ترسیم دقیق‌تر می‌توان از پرگار استفاده نمود؛ بدین صورت که ابتدا مرکز پرگار را روی نقطه‌ی  $O$  (صفر) قرار داده و دهانه‌ی پرگار را به اندازه‌ی وتر مثلث ( $\sqrt{5}$ ) باز نموده و کمان می‌زنیم. محل برخورد کمان و محور اعداد،  $\sqrt{5}$  را نشان می‌دهد.

(کتاب درسی، مشابه فعالیت صفحه ۲۴)

۱۵

(کتاب درسی، تمرین صفحه ۱۴، مشابه سوال ۱۴)

ادامه ب)

$$|3 - \sqrt{10}| - |2\sqrt{10} - 4| =$$

$$|\sqrt{9} - \sqrt{10}| - |\sqrt{40} - \sqrt{16}| =$$

مقدار عبارتهای  $\sqrt{9} - \sqrt{10}$  و  $\sqrt{40} - \sqrt{16}$  به ترتیب منفی و مثبت است:

$$-(3 - \sqrt{10}) - (2\sqrt{10} - 4) =$$

$$-3 + \sqrt{10} - 2\sqrt{10} + 4 =$$

$$= 1 - \sqrt{10}$$

(کتاب درسی، مشابه مثال بالای فعالیت صفحه ۳۰)

۱۳

مقادیر  $a$ ،  $b$  و  $c$  را در عبارت سوال جایگذاری می‌نماییم:

$$|a + b| + 2|c - b| =$$

$$|-2 + \frac{1}{5}| + 2|0/2 - \frac{1}{5}| =$$

$0/2$  همان  $\frac{1}{5}$  است زیرا:

$$0/2 = \frac{2}{10} = \frac{2 \div 2}{10 \div 2} = \frac{1}{5}$$

در نتیجه حاصل قدرمطلق  $|0/2 - \frac{1}{5}|$ ، صفر است:

$$|-2 + \frac{1}{5}| + 2 \times 0 = |-2 + \frac{1}{5}| + 0$$

$-2 + \frac{1}{5}$  نشان‌دهنده‌ی یک عبارت منفی است پس:

$$|-2 + \frac{1}{5}| = -(-2 + \frac{1}{5}) = -(-2) - (\frac{1}{5}) = 2 - \frac{1}{5}$$

$$2 - \frac{1}{5} = \frac{10}{5} - \frac{1}{5} = \frac{10 - 1}{5} = \frac{9}{5}$$

به جای ۲، نوشتیم:  $\frac{10}{5}$

(کتاب درسی، مشابه مثال بالای فعالیت صفحه ۳۰ و تمرین صفحه ۳۱، سوال ۱)

۱۴